

Distinction entre une implication et sa réciproque en classe de cinquième

CALOY Raphaël

M2 MEEF 2D Mathématiques 2023-2024



Situation initiale

Difficulté à produire une démonstration simple en début de L3

Histoire de l'enseignement de la logique

- 1960 Réforme des mathématiques modernes (Bourbaki)

Histoire de l'enseignement de la logique

- 1960 Réforme des mathématiques modernes (Bourbaki)
- 1981 Contre-réforme

Histoire de l'enseignement de la logique

- 1960 Réforme des mathématiques modernes (Bourbaki)
- 1981 Contre-réforme
- 2001 Éléments de logique apparaissent

Histoire de l'enseignement de la logique

- 1960 Réforme des mathématiques modernes (Bourbaki)
- 1981 Contre-réforme
- 2001 Éléments de logique apparaissent
- 2008 Programme actuel

Différence entre une implication et sa réciproque

Différence entre une implication et sa réciproque

- Ambiguïté du langage :

“Si demain il fait beau alors je vais à la plage”

Différence entre une implication et sa réciproque

- Ambiguïté du langage :

“Si demain il fait beau alors je vais à la plage”

- Théorème de thalès et pythagore sont des équivalences.

Différence entre une implication et sa réciproque

- Ambiguïté du langage :

“Si demain il fait beau alors je vais à la plage”

- Théorèmes de thalès et pythagore sont des équivalences
- Équivalence des résolutions d'équations du premier degré

Importance en mathématiques

Importance en mathématiques

- Raisonnement déductif

Problématique

Les collégiens sont-ils en mesure de différencier une implication de sa réciproque, et dans quelle mesure serait-il envisageable et bénéfique d'intégrer cette distinction dans l'enseignement ?

Expérimentation

Trois phases

- Questions diagnostiques
- Activité
- Questions sommatives

Expérimentation

Deux types de questions

- Questions dans un contexte mathématique.
- Questions dans un contexte de la vie quotidienne.

Question contexte mathématique

Si je suis un nombre divisible par 2 et 3, alors je suis le nombre 6.

Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Vrai
- ☐ Faux
- ☐ L'énoncé est mal posé, on ne peut pas répondre.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

Question contexte mathématique

Si je suis un nombre divisible par 2 et 3, alors je suis le nombre 6.

Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Vrai
- ☐ Faux
- ☐ L'énoncé est mal posé, on ne peut pas répondre.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

53 % de réussite

Question contexte du quotidien

Si demain il fait beau alors je vais à la plage.

Le lendemain je suis effectivement à la plage. Que peut-on conclure ?

Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Il fait beau
- ☐ Il ne fait pas beau
- ☐ On ne peut rien conclure sur la météo.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

Question contexte du quotidien

Si demain il fait beau alors je vais à la plage.

Le lendemain je suis effectivement à la plage. Que peut-on conclure ?

Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Il fait beau
- ☐ Il ne fait pas beau
- ☐ On ne peut rien conclure sur la météo.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

8 % de réussite

Activité

- Notion d'implication et de réciproque
- Analyse logique d'une phrase du quotidien

Questions contexte mathématique

Questions contexte mathématique

83 % de réussite

Questions contexte du quotidien

Questions contexte du quotidien

47 % de réussite

Conclusion expérimentation

	Questions contexte mathématique	Questions contexte du quotidien
Avant activité	53 % de réussite	8 % de réussite
Après activité	83 % de réussite	47 % de réussite

Conclusion

Conclusion

Importance de la signification du langage
mathématique

Merci pour votre attention

Activité

Activité : Logique

En mathématiques on appelle "implication" une phrase de la forme **Si ... alors ...**

Exemple :

- **Si** j'ai faim **alors** je pense à manger
- **Si** il fait beau **alors** je vais à la plage
- **Si** je m'ennuie **alors** je fais des mathématiques

1) L'implication suivante est-elle vraie ou fausse ?

- **Si** je suis le nombre 14 **alors** je suis un nombre pair

Réponse :

Activité

Activité : Logique

En mathématiques on appelle "implication" une phrase de la forme **Si ... alors ...**

Exemple :

- **Si** j'ai faim **alors** je pense à manger
- **Si** il fait beau **alors** je vais à la plage
- **Si** je m'ennuie **alors** je fais des mathématiques

1) L'implication suivante est-elle vraie ou fausse ?

- **Si** je suis le nombre 14 **alors** je suis un nombre pair

Réponse :

Résultats : 90 % de réussite

Limites et difficultés

Activité

2) Voyons l'implication dans le sens inverse que l'on appelle en mathématiques : "La réciproque"

- Si je suis un nombre pair alors je suis le nombre 14

Cette phrase est-elle vrai ou fausse ?

Réponse :

Activité

2) Voyons l'implication dans le sens inverse que l'on appelle en mathématiques : "La réciproque"

- Si je suis un nombre pair alors je suis le nombre 14

Cette phrase est-elle vrai ou fausse ?

Réponse :

Résultats : 73 % de réussite

Activité

Exercice

Thomas et Anne, en classe de 5ème font cet exercice :

- Francis dit : *"Si je gagne au loto, alors je vais vivre à Hawaï."*
Un an plus tard, Francis décide d'aller vivre à Hawaï alors qu'il n'a pas gagné au loto.
- A-t-il trahi sa promesse ?

Thomas répond :

"Oui Francis a trahi sa promesse car il a dit que s'il va vivre à Hawaï alors c'est qu'il a gagné au loto. "

Anne répond :

"Francis n'a pas trahi sa promesse, car il n'a rien dit concernant le cas où il ne gagnerait pas au loto."

Qui a tort ? Quelle est son erreur ?

Réponse :

Activité

Exercice

Thomas et Anne, en classe de 5ème font cet exercice :

- Francis dit : "Si je gagne au loto, alors je vais vivre à Hawaï."
Un an plus tard, Francis décide d'aller vivre à Hawaï alors qu'il n'a pas gagné au loto.
- A-t-il trahi sa promesse ?

Thomas répond :

"Oui Francis a trahi sa promesse car il a dit que s'il va vivre à Hawaï alors c'est qu'il a gagné au loto. "

Anne répond :

"Francis n'a pas trahi sa promesse, car il n'a rien dit concernant le cas où il ne gagnerait pas au loto."

Qui a tort ? Quelle est son erreur ?

Réponse :

63% de réussite

7/41 ont formulé que thomas a confondu l'implication et la réciproque.

Expérimentation

Si je suis un nombre divisible par 2 et 3, alors je suis le nombre 6.
Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Vrai
- ☐ Faux
- ☐ L'énoncé est mal posé, on ne peut pas répondre.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

Expérimentation

Si je suis un nombre supérieur à 2 alors je suis un nombre supérieur à 5.
Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Vrai
- ☐ Faux
- ☐ L'énoncé est mal posé, on ne peut pas répondre.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

Expérimentation

Si demain il fait beau alors je vais à la plage.

Le lendemain je suis effectivement à la plage. Que peut-on conclure ?

Cochez la case pour indiquer votre réponse :

- ☐ Il fait beau
- ☐ Il ne fait pas beau
- ☐ On ne peut rien conclure sur la météo.
- ☐ Je ne sais pas

Expliquez votre réponse :

Activité

2) Voyons l'implication dans le sens inverse que l'on appelle en mathématiques : "La réciproque"

- Si je suis un nombre pair alors je suis le nombre 14

Cette phrase est-elle vrai ou fausse ?

Réponse :

Activité

2) Voyons l'implication dans le sens inverse que l'on appelle en mathématiques : "La réciproque"

- Si je suis un nombre pair alors je suis le nombre 14

Cette phrase est-elle vrai ou fausse ?

Réponse :

Résultats : 73 % de réussite

Activité

3) Donnez la réciproque de l'implication suivante :

- Si j'habite à Nice alors j'habite en France (Implication 1)

Réponse :

- (Implication 2)

Parmi les implications 1 et 2, lesquelles sont vraies ?

Réponse :

Conclusion :

Si une implication est vraie, sa réciproque est-elle forcément vraie ?

Réponse :

Activité

3) Donnez la réciproque de l'implication suivante :

- Si j'habite à Nice **alors** j'habite en France (Implication 1)

Réponse :

- (Implication 2)

Parmi les implications 1 et 2, lesquelles sont vraies ?

Réponse :

Conclusion :

Si une implication est vraie, sa réciproque est-elle forcément vraie ?

Réponse :

Résultats : 51 % de réussite